

„KLAMANIE“ ŠTATISTICKÝM DIAGRAMOM ALEBO JE 5% NAOZAJ TAK VEĽA?

Erika Liptáková, Jana Pócsová

Abstrakt

V tomto článku analyzujeme riešenia jednej testovej úlohy, ktorú riešili študenti prvého ročníka ekonomickej fakulty. Úloha využíva štatistický aparát (čítanie informácií z diagramov) a tiež aparát výpočtu percent. Hlavný dôraz kladieme na schopnosti študentov vyčítať podstatné informácie z diagramu a tiež ich schopnosť interpretovať tieto informácie v kontexte úlohy.

Kľúčové slová

Štatistika, percentá, histogram.

Cheating with statistical Diagram or is 5% really so much?

Abstract

In this article we analyze the role of addressing students first year of the Faculty of Economics. The role of the statistical knowledge is used (reading information from the diagrams) and knowledge for calculating percentages. The main emphasis is put on the ability of students to read relevant information from the diagram, and also their ability to interpret the information in the context of the task.

Key words

Statistics, percents, histogram.

ÚVOD

Stochastický aspekt je popri geometrickom a aritmetickom špecifickým aspektom matematického vzdelávania. Zahŕňa v sebe kombinatoriku, počet pravdepodobnosti a matematickú štatistiku (Kopka, 1999, s. 7). O jeho význame

svedčí aj voľba náhodnosti ako jednej zo štyroch oblastí pri testovaní matematických kompetencií 15ročných žiakov v štúdií OECD PISA.

V meraniach PISA dosahujú dlhodobé výborné výsledky v oblasti náhodnosti žiaci Nového Zélandu (PISA, 2003). V tejto krajine má štatistika zvláštne postavenie vo vyučovaní. Tento fakt podčiarkuje aj skutočnosť, že vo svojom kurikulu nazvali jednu z oblastí vyučovania: *Matematika a štatistika* (The New Zealand curriculum).

Americká spoločnosť učiteľov známa pod názvom *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) taktiež stochastike (tento pojem v sebe zahŕňa pravdepodobnosť, kombinatoriku a štatistiku) venuje zvláštnu pozornosť. Analýzu dát a pravdepodobnosť zaradila medzi päť základných matematických kategórií, ktorým sa venuje pozornosť od predškolskej prípravy až po maturitu.

Na stredných školách na Slovensku sa povinne v rámci vyučovania matematiky preberá aj učivo zo štatistiky (ŠPÚ). No v porovnaní s vyššie menovanými krajinami sa tejto oblasti venuje u nás veľmi malá pozornosť – na väčšine stredných škôl to nie je viac ako 10 vyučovacích hodín v druhom alebo v treťom ročníku.

Štatistické údaje sa dajú prezentovať rôznymi spôsobmi. Najnázornejším z nich je grafické znázornenie, pre ktoré najčastejšie používame pravouhlú súradnicovú sústavu s dvoma súradnicovými osami. Meracie jednotky určujú stupnice na osiach. Pri praktických aplikáciách sa pre lepšiu porovnateľnosť, resp. pre nedostatok miesta *musí stupnica prerušiť*. Toto prerušenie v diagrame musí byť vyznačené nápadným spôsobom, najčastejšie vlnovkou (Nagajová, 1999). Takéto zobrazenie diagramu sme využili pri tvorbe testovej úlohy.

METODICKÁ ČASŤ

Naším cieľom bolo popísať, ako študenti dokážu po ukončení strednej školy pracovať s pojmami, ktoré využíva štatistika. Ako dokážu interpretovať údaje v kontexte situácie a vyhodnotiť pravdivosť tvrdení. K naplneniu tohto cieľa sme zvolili bežnú situáciu vyskytujúcu sa pravidelne v rôznych denných periodikách.

S cieľom zistiť, ako vedú používať štatistiku čerství absolventi strednej školy, sme uskutočnili prieskum medzi študentmi prvého ročníka univerzity so zameraním na ekonomiku. Prieskum sme realizovali formou pracovných listov v 8. týždni prvého semestra. Úlohu riešilo 94 študentov, čo je približne 1/3 zo všetkých študentov prvého ročníka. Do tohto ročníka Ekonomickej univerzity nastupujú predovšetkým absolventi gymnázií a obchodných akadémií. Z toho dôvodu sme aj respondentov prieskumu vybrali tak, aby sme zachovali pomery

absolventov oboch stredných škôl (48 absolventov gymnázií a 45 absolventov obchodných akadémií, jeden študent neuviedol typ ukončenej strednej školy). Prieskumu sa nezúčastnili žiadni druháci ani študenti opakujúci ročník, predmet či samotné štúdium na univerzite. Vekový priemer respondentov bol 19 rokov.

Pracovný list, ktorý študenti dostali, obsahoval 6 úloh. Pri ich tvorbe sme vychádzali zo štúdie OECD PISA 2003 (ŠPÚ, 2004 a; 2004 b), ktorá kladie dôraz na úlohy zamerané na reálne životné situácie. Kontext týchto úloh je pre použitie matematiky prirodzený, ovplyvňuje riešenie úlohy a jeho interpretáciu.

V tomto príspevku rozanalyzujeme len jednu úlohu zo spomínaného pracovného materiálu.

ANALÝZA ÚLOHY

Úloha, ktorej úplné znenie je na obr. 1., bola inšpirovaná úlohou z testovania PISA, ktoré prebiehalo na Slovensku v roku 2003. Testovania sa vtedy zúčastnilo 7 346 žiakov z 281 škôl všetkých typov vo veku 15 rokov. Úloha s názvom *Lúpež* bola v tejto štúdii zaradená medzi úlohy na *úrovni prepojenia* a jej úspešnosť na Slovensku bola 15,18 % v krajinách OECD 29,50 %.

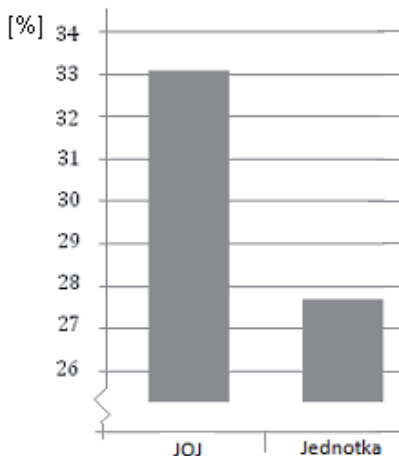
Úlohu sme pozmenili, pričom sme čiastočne použili údaje prezentované na internetovej stránke jednej zo slovenských komerčných televízií. Keďže k úplnému vyriešeniu tejto úlohy je potrebné správne vyčítať údaje z diagramu a následne zdôvodniť svoje tvrdenie vhodným argumentom, aj my sme zaradili túto úlohu do *úrovne prepojenia*¹. Pripomíname, že v našich učebniciach sa žiaci stredných škôl s takýmto typom úloh takmer vôbec nestretávajú, pričom v novinách či televízii je podobný diagram pomerne bežný.

Keďže v úlohe ide predovšetkým o zistenie údajov zo stĺpcového diagramu a interpretáciu údajov v kontexte úlohy, mohla by byť vhodná aj pre žiakov základnej školy na konci siedmeho ročníka. V tomto ročníku sa preberajú percentá a aj v tejto súvislosti sa začína so spracovaním údajov formou diagramov. Taktiež ako súčasť rozširujúceho učiva sa odporúča kapitola venovaná výlučne práci s diagramami. Dá sa však predpokladať, že na väčšine škôl nie je zaradená do osnov pre siedmy ročník.

Zaujímalo nás, ako si z touto úlohou poradia čerství absolventi stredných škôl. Na základe vyššie popísaného by sme mohli predpokladať, že takmer všetci správne vyčítajú údaje z diagramu a sformulujú relevantný záver.

¹ Celú kategorizáciu úloh je možné nájsť na internetovej stránke uvedenej v literatúre (The PISA, 2003; ŠPÚ, 2004 a).

Úloha 5: Na istej internetovej stránke sme našli údaje o sledovanosti televízií v 1. kvartáli tohto roka. Údaje boli doplnené grafmi. V diskusnom fóre sa objavil komentár k jednému z nich: „Ako môžeme z grafu vidieť, v prvom kvartáli tohto roka bola sledovanosť televízie JOJ oveľa vyššia ako sledovanosť Jednotky“. Vyberte jednu z odpovedí – zakrúžkuje a) alebo b) – a odôvodnite svoj výber.



- a) Súhlasím s týmto tvrdením, lebo.....
- b) Nesúhlasím s týmto tvrdením, lebo.....

Obr. 1 Úplné znenie testovej úlohy

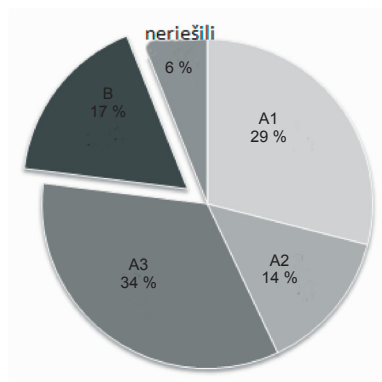
Predpokladali sme, že študenti správne odčítajú z diagramu hodnoty (v %) predstavujúce sledovanosť televízií. Ale vzhľadom k tomu, že v komentári zo zadania úlohy sa objavilo tvrdenie „...oveľa vyššia...“, čo nie je presne definovaný pojem, sme predpokladali, že študenti budú formulovať svoje odpovede v zmysle: „Sledovanosť televízie JOJ bola 33 %, sledovanosť Jednotky bola 28 %. Rozdiel v sledovanosti televíznych staníc bol **iba** 5 %, čo nie je významný rozdiel. Teda na základe týchto údajov by sme mohli tvrdiť, že sledovanosť oboch televíznych staníc v prvom kvartáli je porovnateľná.“

RIEŠENIA ŠTUDENTOV

Na základe riešení študentov sme vytvorili niekoľko kategórií interpretácie úlohy.

- A: Výber odpovede a) z týchto dôvodov:
 - kategória A1: „Televízia JOJ mala 33 % sledovanosť, ale Jednotka len 28 %“.
 - kategória A2: „Televízia JOJ mala 33 % sledovanosť.“
 - kategória A3: „Pri JOJ je vyšší stĺpček.“
- B: Výber odpovede b) z dôvodu:
„Síce sledovanosť JOJ (33 %) bola vyššia ako sledovanosť Jednotky (28 %), ale rozdiel tvorí **iba 5 %**, čo je veľmi málo.“

Percentuálny podiel jednotlivých riešení je zobrazený v grafe 1.



Graf 1 Percentuálny podiel riešení úlohy

Dá sa povedať, že naše očakávania sa nepotvrdili. Iba 17 % študentov formulovalo správny záver (riešenie kategórie B).

Riešenia v kategórii A2 považujeme za neúplné – predpokladáme, že táto odpoveď vznikla tak, že študenti si všimli vyšší stĺpec a iba odčítali údaje prislúchajúce k nemu. Domnievame sa, že sa nezamýšľali nad tým, koľko ľudí sleduje Jednotku a či tento rozdiel je značný.

Odpovede typu A3 považujeme a priori za nesprávne, lebo tu sa študenti odvolávali iba na výšku stĺpčeka.

Takmer polovica študentov (46 %) postupovala rovnako v analýze úlohy, ale v závere sa títo študenti rozdelili do dvoch skupín. Máme na mysli riešenia z kategórií A1 a B. V oboch prípadoch študenti porovnávali údaje sprehládne-né v diagrame a zistili, že je medzi nimi rozdiel 5 %. Ale takmer 2/3 z nich sa

priklonili k záveru, že rozdiel 5 % je veľký, z čoho usudzujeme, že títo študenti si nevedia predstaviť, o akú časť z celku v tomto prípade ide². Domnievame sa, že ak by sme v úlohe zadali údaje v absolútnych číslach (napríklad: Televíziu JOJ sleduje 330 opýtaných a Jednotku 280 opýtaných), počet tých, ktorí by odpovedali: „rozdiel v sledovanosti nie je veľký, teda sledovanosť JOJky nie je oveľa vyššia“, by sa podstatne zvýšil.

ZÁVERY PRIESKUMU A ODPORÚČANIA PRE PRAX

Výsledky prieskumu na základe spomínanej úlohy by sme mohli zhrnúť nasledovne:

- a) Takmer polovica študentov sa nechala „oklamať“ diagramom.

Keďže ide o pomerne častý spôsob prezentovania údajov, bolo by vhodné, aby sa s takýmto diagramom žiaci stretli aj v školskom prostredí. Ďalej odporúčame klásť dôraz na interpretáciu údajov a formulovanie relevantných záverov.

- b) Mnohí študenti nerozumejú interpretácii *percent* v reálnej situácii.

V bežnom živote sa často stretávame s rôznymi grafmi, tabuľkami a vyjadreniami obsahujúcimi percentá. Zoberme si napríklad peňažné vklady a pôžičky, daň z príjmu, rôzne reklamy, vyjadrenia politikov, atď. Poznať význam percent by malo patriť k všeobecnej inteligencii bežného občana. Preto by sme odporúčali viac pracovať na strednej škole s týmto pojmom, a to nielen na hodinách matematiky, ale aj v rámci iných predmetov – geografie, fyziky, biológie, ekonómie, náuky o spoločnosti, a iných. Odporúčame predovšetkým pracovať s vhodnými príkladmi zo života, v ktorých sa žiaci môžu s percentami stretnúť – grafy, tabuľky, komentáre z novín, časopisov a iných médií.

Medzi najlepšie príklady na prácu s percentami by sme zaradili tie, ktoré sú zamerané na financie. Z vlastnej skúsenosti vieme, že keď príklad s obyčajnými číslami „obohatíme“ o eurá, hneď sú študenti aktívnejší a oveľa viac z nich zareaguje na úlohu pozitívne. Medzi takéto úlohy by sme zaradili:

- a) výpočet úrokov:

- splátky pôžičky (hypotekárny, bežný úver, tzv. rýchle pôžičky...),
- z vkladu v banke (termínovaný vklad, bežný účet...),

- b) výpočet dane z príjmu.

Odporúčame zaradiť úlohy takéhoto typu vo vyššej miere do povinných osnov matematiky.

² Z našich viacročných skúseností z výučby matematiky v 1. semestri štúdia na vysokej škole ekonomického zamerania môžeme povedať, že pochopenie percent a ich výpočet a následná interpretácia robia študentom čoraz väčšie problémy.

Literatúra

- KOPKA, J. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí nad Labem, Acta Universitatis Purkynianae, 1999. ISBN 80-7044-247-6
- NAGAJOVÁ, M. *Ako klamať štatistikou* (Diplomová práca). Košice: Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, 1999
- ŠPÚ 2004 a. *PISA SK 2003, Matematická gramotnosť*. Bratislava: Štátny pedagogický ústav, 2004. ISBN 80-85756-89-9
- ŠPÚ 2004 b. *PISA - Matematika, Úlohy 2003*. Bratislava: Štátny pedagogický ústav, 2004. ISBN: 80-85756-89-7
- ŠPÚ. Vzdelávacie štandardy a učebné osnovy pre stredné školy [online]. [cit. 2008-02-25]. Dostupné na internete: <http://www.statpedu.sk>.
- The New Zealand curriculum [online]. [cit. 2010-02-17]. Dostupné na internete: http://nzcurriculum.tki.org.nz/the_new_zealand_curriculum
- NCTM. *The Principles & Standards for School Mathematics* [online]. National Council of Teachers of Mathematics [cit. 2010-02-17]. Dostupné na internete: <http://standards.nctm.org>
- The PISA. 2003. *Assessment framework* [online]. [cit. 2010-02-17]. Dostupné na internete: <http://www.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf>

Adresy autoriek:

RNDr. Erika Liptáková
Ekonomická univerzita v Bratislave
Podnikovohospodárska fakulta v Košiciach
Katedra hospodárskej informatiky
a matematiky
Tajovského 13
041 30 Košice
e-mail: erika.liptakova@euke.sk

RNDr. Jana Pócsová, PhD.
Technická Univerzita v Košiciach
Fakulta BERG
Ústav riadenia a informatizácie
výrobných procesov
B. Němcovej 3
042 00 Košice
e-mail: jana.pocsova@tuke.sk