

ANALÝZA VYUŽÍVÁNÍ INDUKTIVNÍCH A DEDUKTIVNÍCH PŘÍSTUPŮ V UČEBNÍCÍCH MATEMATIKY PRO STŘEDNÍ ŠKOLY

Jiří Břehovský

Anotace

V článku jsou popsány induktivní a deduktivní přístupy využívané v učebnicích matematiky pro střední školy. A je zde prezentován výsledek analýzy procentuálního zastoupení těchto přístupů v učebnicích.

Klíčová slova

Heuristický přístup, učebnice matematiky, výkladová část textu, procvičovací část textu.

Analysis of the Use of Inductive and Deductive Approaches in Mathematics Textbooks in Secondary Schools

Anotacion

The paper shows inductive and deductive approaches used in Mathematics textbooks for secondary schools. The usage percentage of inductive and deductive approaches is also provided and it is based on the analysis of textbooks.

Key words

Heuristic approach, mathematics textbooks, interpretative part of text, exercising part of text.

Úvod

V současné době se mnoho studií z oblasti didaktiky matematiky věnuje otázkám, které souvisejí s využíváním heuristických přístupů při vyučování matematiky na všech stupních škol (za všechny odkazujeme čtenáře na výzkumy TIMSS, které se problematice věnují dlouhodobě, nebo Prince, J., Felder, Kopka, 2007). Tyto studie poukazují na nezbytnost zařazování aktivizujících metod výuky i na jejich nemalý pozitivní vliv při osvojování učiva. Stále více

se prokazuje, že při používání heuristických postupů při výuce dochází u žáků ke kvalitnějšímu osvojování znalostí, vědomostí i dovedností. Díky využívání těchto přístupů jsou žáci součástí geneze nových pojmů, lépe chápou jejich zařazení do logické struktury a příčiny jejich zavedení („vzniku“). Tyto důvody vedou k mnohým doporučením využívat heuristické přístupy při výuce matematiky mnohem častěji, než je doposud praktikováno. Jejich zařazení je nutné tam, kde mohou přispět ke kvalitnějšímu osvojení pojmů a vztahů mezi nimi a lepšímu pochopení vyučované látky.

I přes tato fakta je využívání heuristických přístupů při výuce matematiky na středních školách spíše sporadické. Našli bychom mnoho důvodů, proč tomu tak je. Zaměříme se na učitele, který jako jediný má právo a povinnost volit vhodnou metodu výuky.

Heuristické přístupy v teorii a praxi

Matematika je ve svém konečném stádiu ryze deduktivní vědou, její teorie mají ovšem při svém vzniku charakter experimentálně induktivní. Tento fakt je většině žáků a studentů skryt. Mnoho z nich chápe matematiku jako „konečný“ soubor pojmů, pouček, vztahů a postupů. Vůbec ne jako vědu, která prochází neustálým vývojem

Cílem zařazení induktivních a deduktivních přístupů do výuky matematiky je představit studentům matematiku jako vědeckou disciplínu s ohledem na jejich schopnosti a dovednosti. Ukázat studentům, jak vznikaly a vznikají matematické teorie a poskytnout jim příležitost objevovat nové pojmy, vztahy mezi pojmy a nové skutečnosti a vytvářet tyto teorie vlastními silami. Tímto způsobem se u žáků přirozeně rozvíjí přehled o vztazích mezi jednotlivými pojmy a oblastmi matematiky. Žáci jsou vedeni k samostatnému hledání těchto vztahů, vyslovování hypotéz a pokud je to v jejich možnostech, k jejich následnému ověřování (dokazování).

Při praktické výuce probíhá využívání heuristických přístupů následujícím způsobem. Studenti v prvopočátku výuky řeší konkrétní problémovou situaci, při jejím řešení využívají induktivní metody (strategie) a formulují hypotézy nebo další problémy. Postupným řešením stále obecnějších problémů mohou vytvářet matematickou teorii. Nezbytnou součástí tohoto procesu je využívání deduktivních metod, které jsou velmi důležité pro celý proces a slouží samozřejmě k ověření nebo dokázání vyslovených hypotéz. Je nutné podotknout, že při důkazu musíme volit přiměřený postup vzhledem

ke schopnostem a možnostem žáků. Na základní škole nám určitě postačí ověřit např. nalezený vzorec na několika dalších případech a to nám bude stačit jako dostatečné ověření. Na SŠ lze použít např. matematickou indukci, nebo jiný přiměřený důkaz. Využívání těchto přístupů při výuce matematiky by mělo mít následující fáze.

1. Zadáme **problém** (studenti se mohou na vytvoření problému podílet).
2. Studenti využívají induktivní metody při hledání jeho řešení, respektive experimentují, konkretizují a zobecňují, tedy používají heuristické strategie.
3. Vyslovíme otázku (pokud nalezneme další problém), nebo hypotézu (pokud jsme našli nějaké řešení).
4. Řešíme další problém, nebo dokazujeme či vyvracíme vyslovenou hypotézu.

Induktivní metody: jsou to objevovací metody (procedury), pomocí kterých nalézáme nový pojem, novou vlastnost nebo vztah mezi objekty (Kopka, 1999).

Deduktivní metody: jde o metody dokazovací, pomocí kterých dokazujeme nově objevený poznatek (Kopka, 1999).

Existuje celá řada metod, které lze využít k objevování nových poznatků, a mnoho metod, jak tyto poznatky dokázat. Obecněji lze induktivní a deduktivní metody souhrnně nazvat **heuristické strategie** (metody).

Z pohledu přístupů k výuce matematiky, ale i z pohledu činností studentů jsou heuristické přístupy (inquiry-based learning) podrobněji popsány např. v Kopka, 2007, Prince, Felder, Brew, 2003. Další odkazy na texty a empirické studie tohoto tématu nalezne čtenář v příloženém seznamu literatury.

Existuje celá řada důvodů a argumentů, které zaznívají z řad učitelů, proč nelze heuristické přístupy používat v praxi. Tyto názory lze s jistotou mírou nadhledu rozdělit do dvou základních skupin. Na objektivní, které se zakládají na obecně platných skutečnostech a lze je jen velmi málo ovlivnit, a na subjektivní, které vycházejí z mylného přesvědčení.

Mezi objektivní důvody patří skutečnost, že žádná metoda výuky není samospasitelná a nelze ji využívat obecně kdykoliv. Dalším objektivním důvodem je větší časová náročnost při využívání heuristických přístupů. Ať už při přípravě vyučovací hodiny, tak při jejím vlastním průběhu. Hlavním pro-

blémem zde zůstává nedostatečná časová dotace, která je určená výuce matematiky na jednotlivých typech středních škol. Tyto nepříznivé okolnosti by měly být pro učitele primárně výzvou, a nikoliv nepřekonatelnou překážkou.

Subjektivními důvody jsou malé zkušenosti učitelů s těmito postupy a z nich plynoucí neochota je používat. Dále pak určitá ztráta jistoty výsledku. Není nikdy jisté, jak daleko se žáci při svém zkoumání určité situace dostanou. A v neposlední řadě i neochota měnit zavedené a přeci „dobře fungující“ metody a postupy.

Pokud chceme žákům představit matematiku jako vědeckou disciplínu, která je učit především „správně myslet“, je naším hlavním úkolem, aby žáci byli schopni využívat poznatky matematiky při řešení praktických úkolů. Je tedy nezbytné, aby se žáci aktivně zapojili do výuky, řešili problémové úkoly, společně nacházeli nové pojmy a sami vytvářeli matematickou teorii všude tam, kde je to vhodné. Proto bychom měli vyvinout nemalé úsilí vedoucí k lepší informovanosti o těchto přístupech i o jejich přínosu pro samotné učitele a žáky. Jednou z možností, jak oslovit učitele v praxi, je nabídnout jim možnost využívat učebnice matematiky, které kromě jiných metod využívají také heuristické přístupy. Analýza učebnic popsaná v další části textu se pokouší odpovědět na otázku: Jak tuto funkci plní nejvíce používané učebnice matematiky na středních školách?

Učebnice a její funkce

Na učebnici můžeme nahlížet hned z několika pohledů – jako na prvek kurikulárního projektu, součást souboru didaktických prostředků nebo jako součást školních didaktických textů (Průcha, 1998). Jde o didakticky ztvárněný text, který svou formou umožňuje učení a svým obsahem a rozsahem pojímá určitou část učiva vymezenou daným kurikulem. Každý kurikulární dokument tedy určitým způsobem vymezuje konstruování učebnice a každá učebnice musí svým obsahem korespondovat s tímto dokumentem. Učebnice je nedílnou součástí edukačního procesu a má na tento proces přímý vliv jakožto aparát řídící nejen vlastní učení žáků, ale také do jisté míry vyučování učitelů. V tomto smyslu plní určité funkce, které využívají její uživatelé, ať už žáci či učitelé. Při tomto pohledu můžeme rozlišit dvě základní funkce učebnice:

- *funkce učebnice pro žáky*: učebnice jsou pramenem, z něhož se žáci učí, tedy osvojují si poznatky, dovednosti, hodnoty atp. (Průcha, 1998),

- *funkce učebnice pro učitele*: učebnice jsou pramenem, s jehož využitím učitelé plánují obsah učiva i přímou prezentaci tohoto obsahu při vlastní výuce (Průcha, 1998).

Obě tyto funkce poukazují na to, jak a proč jednotlivé subjekty učebnice využívají, a tedy v jaké roli vstupuje učebnice do vlastního edukačního procesu. Je zřejmé, že působení učebnice na výuku a její výsledky rozhodně nelze podceňovat už jen proto, že mnoho učitelů využívá jejího obsahu k vypracování tematických plánů, při přípravě hodiny si vybírá výukové metody popsané v učebnici a v neposlední řadě z ní vybírá cvičení a domácí práce pro žáky. Právě z těchto důvodů je možné pomocí učebnice seznamovat učitele s heuristickými přístupy a do jisté míry i ovlivňovat volbu vyučovací metody.

Naproti tomu studenti by si při používání učebnic měli osvojit vědomosti, dovednosti a postoje předepsané kurikulárním dokumentem v podobě klíčových kompetencí. Z pohledu učebnice matematiky a ve spojitosti s heuristickými přístupy jde zejména o rozvoj následujících dovedností, prostřednictvím kterých získávají žáci i předepsané vědomosti:

pracovat s matematickými pojmy, aplikovat matematické poznatky v praxi nebo jiných předmětech, objevovat a pracovat tvořivě, logicky uvažovat, dokazovat, řešit problémy.

Úkolem analýzy učebnic bylo zjištění, do jaké míry mohou momentálně využívané učebnice matematiky pro střední školy splnit úlohu seznamování učitele i žáka s heuristickými přístupy. Primárně je analýza zaměřena na zjištění skutečného stavu zastoupení induktivních, resp. deduktivních přístupů v těchto učebnicích a zjištění skutečného stavu zastoupení úloh uplatňující tyto přístupy.

Než přejdeme k popisu vlastní analýzy, uvedeme několik základních pojmů teorie hodnocení učebnic, od kterých se naše výsledky odvíjejí a které se bezprostředně týkají analýzy učebnic.

Obecný model struktury učebnice:

Učebnice

- Textová složka (strukturovaná do specifických komponentů),
- Mimotextová složka (strukturovaná do specifických komponentů).

(Průcha, 1998)

Strukturní komponenty učebnice

Každá učebnice je strukturována tak, aby v co možná největší míře plnila svůj primární úkol edukačního konstruktů, tedy prostředku sloužícímu k edukaci. Proto je učebnice záměrně členěný systém různých částí (komponent), které jsou navzájem provázány a jako celek plní různé funkce učebnice.

Strukturním komponentem školní učebnice rozumíme určitý blok prvků, který je v těsném vzájemném vztahu s jinými komponenty učebnice (s nimiž v souhrnu vytváří celistvý systém, má přesně vymezenou formu a své funkce realizuje pomocí svých vlastních prostředků) (Průcha, 1998). V obecném pojetí je učebnice modelována tak, že její obsah dělíme na dvě základní části, textovou a mimotextovou složku, tyto jsou dále rozděleny do specifických komponentů. Tento přístup k analýze učebnic nazýváme funkčně strukturální analýza učebnic. V 70. letech vypracovali J. Doleček, M. Řešátko a Z. Skoupil klasifikaci strukturních komponentů textové složky učebnice, které vymezili na základě jejich funkcí. Rozlišili 7 textových komponentů – viz Průcha, 1998.

Didaktická vybavenost učebnic

Učebnice je útvar složený ze strukturních komponentů různé povahy. Tyto komponenty chápeme jako nositele dílčích funkcí, které zajišťují hlavní cíl učebnice, tedy být edukačním médiem. Na větší nebo menší didaktickou vybavenost učebnice poukazuje to, jak je daná učebnice pro svůj účel zkonstruována. Tedy, obsahuje-li určitá učebnice výklad učiva pouze pomocí textu, bez obrazových komponentů, můžeme usoudit, že žaka příliš nezaujme oproti učebnici s obrazovými komponenty.

Měření didaktické vybavenosti učebnice provádíme pomocí analytického nástroje, kterým je míra didaktické vybavenosti učebnice. Tato míra je založena na vyhodnocení rozsahu využití komponentů v dané učebnici. Pro tento účel je rozlišených 36 komponentů, které zachycují strukturu učebnice. Vyhodnocování didaktické vybavenosti vyjadřujeme pomocí kvantitativních koeficientů. Každou učebnici je možné popsat na základě toho, jaké komponenty obsahuje a jaké komponenty neobsahuje. Komponenty dělíme do 3 skupin (aparátů) podle příslušné didaktické funkce komponentů a do 2 podskupin (verbálních a obrazových komponentů) podle způsobu vyjádření daného komponentu v určité učebnici – viz Průcha, 1998. Tyto strukturní komponenty slouží k výpočtu didaktické vybavenosti učebnic. Výpočet vybavenosti konkrétní učebnice provádíme následujícím způsobem:

- A) V dané učebnici zjišťujeme výskyt jednotlivých strukturních komponentů.
 B) Na základě zjištěných hodnot vypočítáme následující koeficienty:

dílčí koeficienty:

E I – koeficient využití aparátu prezentace učiva,

E II – koeficient využití aparátu řídicí učení,

E III – koeficient využití aparátu orientačního,

Ev – koeficient využití verbálních komponentů,

Eo – koeficient využití obrazových komponentů.

E – celkový koeficient didaktické vybavenosti.

Uvedené koeficienty vypočítáme jako procentuální podíl počtu použitých komponentů v učebnici a počtu možných komponentů. Koeficient celkové didaktické vybavenosti učebnice E vypočítáme obdobně jako procentuální podíl využitých komponentů a počet všech možných komponentů (tedy 36). Všechny uvedené komponenty mohou teoreticky nabývat hodnot v intervalu od 0 do 100 % včetně. Pro vyhodnocování zřejmě platí, že čím větší hodnoty určitý komponent v dané učebnici dosáhne, tím větší je její didaktická vybavenost.

- C) Závěrečným krokem analýzy je vhodná interpretace výsledků výpočtů, pomocí kterých snadno určíme, kterých komponentů ze všech možných námi vybraná učebnice využívá resp. nevyužívá. Díky těmto výsledkům je možné s učebnicí dále pracovat (korigovat její obsah apod.).

(Průcha, 1998)

Tento výčet popisující základní rysy evaluace učebnic rozhodně není myšlen jako návod na jejich komplexní evaluaci, slouží pouze k základnímu zorientování v problematice, a to v těch jejích částech, ze kterých vychází následná analýza učebnic. Pro komplexnější pochopení metod evaluace učebnic odkazujeme na seznam použité literatury.

Klasifikace (předmět) výzkumu

Při vlastním výzkumu jsme se zaměřili na obsahovou stránku učebnic matematiky pro střední školy, respektive na jejich výkladovou a procvičovací textovou složku. Hlavní oblastí našeho zájmu bylo zmapovat zastoupení induktivních a deduktivních způsobů výkladu v učebnicích matematiky a zjištění míry obsahu jednotlivých cvičení, která při řešení vyžadují od studenta využití heuristických přístupů. Vzhledem k roli učebnic matematiky

při rozvoji klíčových kompetencí, resp. námi z nich vybraných dovedností, které si má žák při edukačním procesu také rozvíjet, je třeba vědět, mohou-li učebnice tento úkol plnit.

V současné době je při výuce matematiky na středních školách nejvíce používána ucelená řada učebnic *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť 1.–6. část* nakladatelství SPN a na gymnáziích je to *Matematika pro gymnázia (ucelená řada)* nakladatelství Prométheus. Z tohoto důvodu byly tyto dvě řady učebnic matematiky předmětem naší analýzy. Ta měla objektivně odpovědět na následující otázky:

- Používají autoři námi vybraných učebnic matematiky při výkladu induktivní a deduktivní přístupy? Pokud ano, tak v jaké míře?
- Zařazují autoři námi vybraných učebnic matematiky úlohy, při jejichž řešení musí student využívat induktivní a deduktivní přístupy? Pokud ano, tak v jaké míře?
- Pokud jsou využívány induktivní a deduktivní přístupy ve výkladu a při procvičování, tak jaké tématické celky jsou takto využívány?

Analýza učebnic

Cílem výzkumu bylo zmapování četnosti výskytu induktivních a deduktivních přístupů použitých při výkladu a zjištění zastoupení úloh uplatňujících induktivní, resp. deduktivní přístupy ve výše zmíněných učebnicích matematiky. Výzkum si nekladal za cíl kompletní evaluaci těchto učebnic, ale pouze rozpoznání použitých výkladových a procvičovacích prostředků co do četnosti a druhu. Vlastní rozbor učebnic byl zaměřen na dvě části učebnic: **výkladovou část** a **procvičovací část**. Analýzu obou těchto částí provedeme odděleně z důvodu přehlednosti výsledků.

Výkladová část učebnic

U této části učebnic byl zkoumán výkladový text včetně toho, byla-li při výkladu použita motivace či nikoli. Při počátečních analýzách výkladového textu všech zkoumaných učebnic byla vytvořena klasifikace používaných výkladových prostředků, která poté sloužila ke zmapování jejich výskytu v jednotlivých učebnicích (*přímý výklad, nepřímý výklad, výklad pomocí úkolů a heuristické strategie*). Každá ze skupin byla dále rozdělena do dvou podskupin (*s motivací a bez motivace*). Charakteristiky jednotlivých skupin uvádí tabulka číslo 1.

Tab. 1: Seznam strukturních komponentů učebnice

Výkladový prostředek	Charakteristika
přímý výklad	Autor vykládá pojmy přímo, zavádí nové pojmy, vyslovuje definice, následuje procvičování.
nepřímý výklad	Autor k výkladu používá řešení příkladu, při jehož řešení narazí na nový problém, který dále definuje (např. $x^2 = -1$ apod.), autor řeší příklady sám, nedává prostor čtenáři, odvozuje vzorce apod.
výklad pomocí úkolů	Autor čtenáři zadává úkol (problém: vyslovte definici funkce, nakreslete graf dané funkce apod.), předpokládá přitom aktivní spolupráci čtenáře, který má dané úkoly splnit a až poté pokračovat ve čtení textu. V dalším textu může být uvedeno správné řešení, soubor všech úkolů poté vede k novému poznání, autor sám vše shrne.
heuristická strategie	Autor zadá čtenáři určitý problém a předpokládá aktivní spolupráci se čtenářem, který je nucen hledat řešení, je veden k vyslovení hypotéz a jejich následném ověření, autor může čtenáře vést ke správnému řešení.

Z charakteristik výkladových prostředků vyplývá, že první dva výkladové prostředky (*přímý a nepřímý výklad*) nelze pokládat za induktivní nebo deduktivní přístupy. Autor čtenáři neposkytuje cíleně žádný prostor pro vlastní úvahy nebo vlastní způsob řešení, pouze sděluje určité informace. Autorovým cílem je předložit čtenáři ucelený zdroj vědomostí, které čtenář více či méně pasivně přijímá. Následující dva výkladové prostředky (výklad pomocí úkolů, heuristická strategie) rozkryjeme podrobněji.

Při volbě výkladového prostředku „*Výklad pomocí úkolů*“ autor přímo předpokládá čtenářovu účast. Nutí čtenáře aktivně se podílet na řešení problémů, a tím si osvojit potřebné vědomosti a dovednosti. Čtenář musí nacházet řešení na základě svých předešlých zkušeností a přímo se podílet na objevování dílčích řešení zadaných problémů. Konečné shrnutí, popřípadě ověření všech nově získaných poznatků je opět v rukou autora. Tuto metodu lze označit jako induktivní přístup.

Poslední výkladový prostředek „*Heuristická strategie*“ jde v konečném důsledku ještě dál. Čtenáři je předložen problém, který je nucen vyřešit. Čtenář sám musí vymyslet strategii řešení úlohy, je nucen vyslovit hypotézy a poté musí sám ověřit jejich platnost. Autor v tomto případě poskytuje čtenáři jakési vedení, které mu pomáhá vyřešit daný úkol. Tato metoda vý-

kladu je pro čtenáře velmi náročná, ale poskytuje mu obrovský prostor pro vlastní sebezdokonalování a rozvíjí komplexní pochopení dané problematiky. Navíc všechna správná řešení, která student vymyslí sám, mají obrovský motivační účinek. Heuristická strategie se zpravidla používá pro úlohy, které mají za úkol propojit dílčí části učiva a pomoci čtenáři, aby si sám vytvořil ucelenou představu o probíraných tématech (např. Odvárko, O., Calda, E., Kolouchová, J., Řepová, J.: *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť*. 6. část. SPN, Praha, 1987, kapitola: Hypotézy a jejich ověřování, str. 254). Tento přístup lze označit jako induktivní a deduktivní.

Dále bylo u každého výkladového prostředku zaznamenáváno, je-li čtenář autorem učebnice nějak motivován. Ve všech uvedených učebnicích autoři používali nejrozličnější formy motivování, od zmínění praktického využití získaných poznatků v matematice či jiných předmětech a reálných situacích po mapování historického vývoje daných pojmů. Mezi různými formami motivace nebyly činěny žádné rozdíly. Vždy bylo pouze zapsáno, zda autor libovolnou formu motivace u daného výkladového prostředku použil či nikoli.

Vlastní analýza spočívala ve zjištění procentuálního zastoupení jednotlivých metod v daných učebnicích. Jako základ byl použit počet kapitol knihy nebo jejich částí, a to z toho důvodu, že ne v každé kapitole byly používány stejné výkladové prostředky. V takovém případě se mohla kapitola rozdělit z pohledu použitých výkladových prostředků i na několik oddělených částí. Jako procentová část byl použit počet využití dílčích výkladových prostředků v celé učebnici. Pro ilustraci výpočtu uvádíme následující příklad:

Učebnice **Matematika 3** byla rozdělena na 33 výukových částí (resp. kapitol), u kterých byly zjištěny tyto výukové prostředky:

- přímý výklad bez motivace: 22,
- nepřímý výklad s motivací: 11,

$$pv = \frac{22}{33} \cdot 100 = 67 \%$$

$$nv = \frac{11}{33} \cdot 100 = 33 \%$$

tedy přímý výklad bez motivace (*pv*) byl použit v 67 % výkladových prostředků a nepřímý výklad s motivací (*nv*) byl použit ve 33 % výkladových prostředků. Následující tabulka č. 2 uvádí konkrétní procentuální zastoupení výkladových prostředků použitých v jednotlivých učebnicích.

Tab. 2: Procentuální zastoupení výkladových prostředků v jednotlivých učebnicích

Název učebnice	Výkladové prostředky							
	Přímý výklad [%]		Nepřímý výklad [%]		Výklad pomocí úkolů [%]		Heuristická strategie [%]	
	bez motivace	s motivací	bez motivace	s motivací	bez motivace	s motivací	bez motivace	s motivací
Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť								
Matematika 1	97,5	2,5	0	0	0	0	0	0
Matematika 2	20	0	0	80	0	0	0	0
Matematika 3	67	0	0	33	0	0	0	0
Matematika 4	29	26	0	45	0	0	0	0
Matematika 5	32	49	0	19	0	0	0	0
Matematika 6	53	21	0	21	0	0	0	5
Matematika pro gymnázia								
Posloupnosti a řady	0	7	0	14	29	50	0	0
Funkce	0	25	0	30	0	45	0	0
Analytická geometrie	63	37	0	0	0	0	0	0
Diferenciální a integrální počet	0	90	0	10	0	0	0	0
Komplexní čísla	0	85	0	15	0	0	0	0
Planimetrie	24	52	24	0	0	0	0	0
Rovnice a nerovnice	10	17	0	73	0	0	0	0
Stereometrie	0	88	0	12	0	0	0	0
Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika	0	82	0	18	0	0		0
Goniometrie	0	24	0	18	0	53	0	5

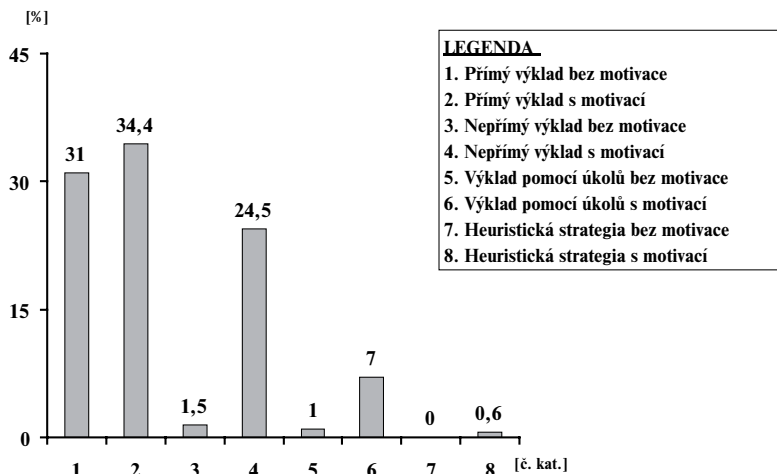
Pro ucelenější přehled o používání výkladových prostředků ve všech uvedených učebnicích byla na základě rozboru učebnic vytvořena tabulka číslo 3 a graf číslo 1. Tabulka číslo 3 uvádí procentuální zastoupení námi definovaných výkladových prostředků v obou řadách učebnic matematiky pro střední školy. Postup výpočtu procentuálního zastoupení jednotlivých výkladových prostředků byl obdobný jako výpočet pro jednotlivé učebnice. Jako základ byl použit počet všech kapitol ve všech knihách (nebo jejich částí) a jako procentová část byl použit počet využití dílčích výkladových prostředků ve všech učebnicích.

Tab. 3: Procentuální zastoupení výkladových prostředků ve všech učebnicích

Výkladové prostředky			
Přímý výklad [%]		Nepřímý výklad [%]	
bez motivace	s motivací	bez motivace	s motivací
31	34,4	1,5	24,5
Výklad pomocí úkolů [%]		Heuristická strategie [%]	
bez motivace	s motivací	bez motivace	s motivací
1	7	0	0,6

Z této tabulky byl vygenerován graf č. 1, který procentuální zastoupení výkladových prostředků ve všech učebnicích převádí do přehledné grafické formy.

Graf 1: Procentuální zastoupení výkladových prostředků ve všech učebnicích



Procvičovací část učebnic

Vzhledem k velkému počtu příkladů ve všech učebnicích jsme nejprve vytvořili jejich jednotlivé kategorie. Množinu všech příkladů použitých v učebnicích jsme rozdělili na tři kategorie: otázka, výpočet, induktivní a deduktivní úlohy.

Tab. 4 Charakteristika kategorií použitých příkladů

Název kategorie	Charakteristika	Příklad úlohy
otázka	Jedná se o úlohy, které vyžadují přímou odpověď. Není nutné nic počítat.	Vysvětli pojem Definiční obor funkce.
výpočet	Řešitel používá k řešení známý výpočet, pouze procvičuje známé postupy.	Vypočítejte prvních pět členů aritmetické posloupnosti, když víte: $a_1 = 2$ a $d = 3$.
induktivní a deduktivní úlohy	Čtenář musí hledat postup řešení, vyslovovat hypotézy, dokazovat je, ověřovat nebo dokazovat objevená nebo předložená tvrzení.	Dokažte větu. Zkoumejte dělitelnost čísel $n^2 + 5n + 6$, kde n je celé kladné číslo. Vyslovte hypotézu. (str. 258: Odvárko, Calda, Koloušková, Řepová.; Matematika 6, SPN 1987.)

Analýza této části učebnic byla zaměřena na druhy příkladů, které jsou ve cvičeních používány. Přímou se týkala zjištění četnosti těch úloh, které vyžadují od řešitele použití induktivních nebo deduktivních postupů řešení tak, jak je charakterizuje tabulka číslo 4. Abychom získali přehled o používání tohoto druhu příkladů v učebnicích, vypočítali jsme procentuální zastoupení induktivních a deduktivních úloh v jednotlivých učebnicích. Za procentovou část byl brán počet námi sledovaných úloh a jako základ posloužil počet všech úloh v učebnici.

U jednotlivých typů příkladů jsme nerozlišovali, šlo-li pouze o induktivní nebo pouze o deduktivní charakter úlohy. Námi sledované příklady mohly mít jen induktivní charakter (např. odvození vzorce, vyslovení hypotézy), nebo pouze deduktivní charakter (např. dokažte, že platí vzorec) nebo kombinaci obou přístupů.

Pro ilustraci výpočtu uvedeme následující příklad:

V učebnici **Posloupnosti a řady**:

- počet všech úloh 136,
- počet induktivních a deduktivních úloh je 26,

$$pp = \frac{26}{136}$$

$$pp = 19,1 \%$$

tedy procentuální zastoupení induktivních a deduktivních úloh (pp) v učebnici **Posloupnosti a řady** je 19,1 procent.

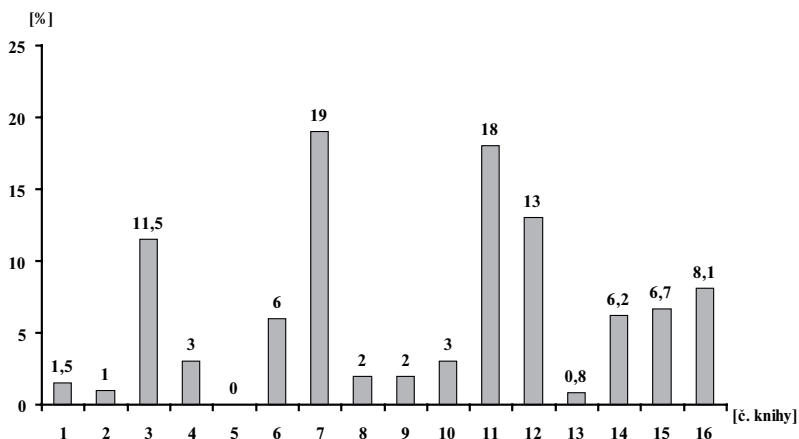
V následující tabulce číslo 5 jsou uvedeny počty procent zastoupení induktivních a deduktivních úloh v jednotlivých učebnicích.

Tab. 5: Procentuální zastoupení induktivních a deduktivních úloh v jednotlivých učebnicích

Číslo učebnice	Název učebnice	Zastoupení induktivních a deduktivních úloh v %
1	Matematika pro SOŠ a SOU 1. část	1,5
2	Matematika pro SOŠ a SOU 2. část	1
3	Matematika pro SOŠ a SOU 3. část	11,5
4	Matematika pro SOŠ a SOU 4. část	3
5	Matematika pro SOŠ a SOU 5. část	0
6	Matematika pro SOŠ a SOU 6. část	6
7	Posloupnosti a řady	19
8	Funkce	2
9	Analytická geometrie	2
10	Diferenciální a integrální počet	3
11	Komplexní čísla	18
12	Planimetrie	13
13	Rovnice a nerovnice	0,8
14	Stereometrie	6,2
15	Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika	6,7
16	Goniometrie	8,1

Z této tabulky byl opět vygenerován graf číslo 2, který procentuální zastoupení induktivních a deduktivních úloh ve všech učebnicích převádí do grafické formy. Z důvodu přehlednosti jsou v grafu číslo 2 uvedeny namísto názvů jednotlivých knih pouze jim přiřazená čísla, přičemž jednotlivá přiřazení čísel jsou uvedena v tabulce číslo 5.

Graf 2: Procentuální zastoupení induktivních a deduktivních úloh v učebnicích matematiky



Závěr

Z výsledků provedené analýzy je patrné, že každý autor preferuje různé přístupy k výkladu, které používá při psaní učebnic. Nejvíce byly ve všech učebnicích zastoupeny tyto výkladové prostředky: přímý výklad s motivací (34,4 %), přímý výklad bez motivace (31 %) a nepřímý výklad s motivací (24,5 %). Induktivní a deduktivní výkladové prostředky jsou ve všech sledovaných učebnicích zastoupeny jen řídce. Nejvyšší četnost jsme zaznamenali u výkladového prostředku *výklad pomocí úkolů s motivací* (7 %). Učebnice, ve kterých jsou induktivní a deduktivní výkladové prostředky používány nejvíce, jsou: Matematika pro SOŠ a SOU, 6. část a Goniometrie, Funkce a Posloupnosti a řady, vše učebnice pro gymnázia. Tyto dvě učebnice jako jediné používají při výkladu i heuristické strategie. Jsme přesvědčeni, že tam, kde byly induktivní a deduktivní výkladové prostředky v učebnicích použity, bylo jejich zařazení vhodné a mělo významný přínos pro čtenáře.

Učebnice s nejvyšším zastoupením induktivních a deduktivních úloh jsou: Posloupnosti a řady (19 %), Komplexní čísla (18 %) a Planimetrie (13 %), vše učebnice pro gymnázia. U učebnic pro SOŠ a SOU, má největší podíl zastou-

pení těchto úloh Matematika pro SOŠ a SOU 3. část (11,5 %), která tematicky zahrnuje následující kapitoly: Funkce, Goniometrie a trigonometrie a Stereometrie. Opět můžeme konstatovat, že použití těchto úloh v učebnicích bylo vhodné a mělo veliký přínos pro pochopení látky a celkové propojení získaných vědomostí.

Z celkového pohledu na výsledek analýzy učebnic vyplývá, že zastoupení induktivních a deduktivních přístupů používaných při výkladu, jakožto i zařazování úloh, při jejichž řešení musí student využívat induktivní a deduktivní přístupy, je velmi malé. Řádově se v průměru jedná o jednotky procent. Pokud si klademe za cíl, aby učitelé i žáci využívali heuristické strategie v mnohem větší míře, než je tomu doposud, je nezbytné nabízet jim v učebnicích mnohem větší počet návodů, příkladů a možností využití induktivních a deduktivních přístupů. Z tohoto úhlu pohledu se domníváme, že je zastoupení heuristických přístupů v učebnicích matematiky pro střední školy nedostatečné.

Vzniká přirozená otázka, zda by zvýšení podílu těchto metod přispělo k zefektivnění výukového procesu a vedlo ke kvalitnějšímu osvojení informací. Domníváme se, že větší zastoupení induktivních a deduktivních metod by mělo vliv na zkvalitnění výuky a zároveň by dopomohlo k většímu využívání těchto metod samotnými učiteli. Seriózní odpověď na tyto domněnky však může dát jen další výzkum.

Literatura

- BREW, A. Teaching and Research: New relationships and their implications for inquiry-based teaching and learning in higher education. In *Higher Education Research & Development*, Vol. 22. No. 1. Routledge 2003. ISSN 0729-4360
- BŘEHOVSKÝ, J., EMANOVSKÝ, P. Induktivní a deduktivní přístupy ve výuce matematiky na SŠ. In *Sborník z XXVII. mezinárodního kolokvia o řízení vzdělávacího procesu*. Brno, 2009, 31. ISBN 978-80-7231-650-2
- BŘEHOVSKÝ, J., EMANOVSKÝ, P. On Effectivity of Inductive Methods in Mathematical Education at Secondary School. In *Problems of Education in the 21st Century*. Lithuania: 2010. ISSN 1822-7864.
- CALDA, E., PETRÁNEK, O., ŘEPOVÁ J. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 1. část*. Praha, SPN, 1986.
- CALDA, E. *Komplexní čísla*. Praha, Prométheus, 1996. ISBN80-85849-85-2

- CALDA, E., DUPAČ, V. *Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. Praha, Prométheus, 1993. ISBN 978-80-7196-365-3
- EMANOVSKÝ, P. Možnosti experimentálně induktivního přístupu ve vysokoškolské výuce matematiky. In *Sborník z XIX. Mezinárodního kolokvia o řízení osvojovacího procesu*. Vyškov, 2001, s. 87–89. ISBN 80-7231-071-2.
- HRUBÝ, D., KUBÁT, J. *Diferenciální a integrální počet*. Praha, Prométheus, 1997. ISBN 80-7196-063-2
- CHARVÁT, J., ZHOUF, J., BOČEK, L. *Rovnice a nerovnice*. Praha, Prométheus, 1994. ISBN 978-80-7196-154-3
- KOČANDRLE, M., BOČEK, L. *Analytická geometrie*. Praha, Prométheus, 1996. ISBN 80-7196-120-5
- KOLOUCHOVÁ, J., ŘEPOVÁ, J., ŠOBR, V. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 5. část*. Praha, SPN, 1987.
- KOPKA, J. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Acta Universitatis Purkynianae 40, Matematica I, Ústí nad Labem, 1999
- KOPKA, J. Jak přednášet budoucím učitelům matematiky? In *Sborník příspěvků z Mezinárodní konference kateder matematiky fakult připravujících učitele matematiky*. Liberec, 2000, s. 21–32.
- KOPKA, J. *Výzkumný přístup při výuce matematiky*. Acta Universitatis Purkynianae 133, Matematica, Ústí nad Labem, 2007.
- LLEWELLYN, D., JOHNSON, S. Science through a Systems Approach. In *Science Scope Vo. 31 No. 9*. National Science Teachers Association 2008. ISSN 0887-2376
- LLEWELLYN, D. *Inquire Within: Implementing Inquiry-Based Science Standards*. Corwin Press 2001. ISBN 0-7619-7745-7.
- MOLNÁR, J. *Učebnice matematiky a klíčové kompetence*. Olomouc, Univerzita Palackého v Olomouci, 2007, ISBN 978-80-244-1722-6
- ODVÁRKO, O., ŘEPOVÁ, J., SKŘÍČEK, L. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 2. část*. Praha, SPN, 1988.
- ODVÁRKO, O., ŘEPOVÁ, J. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 3. část*. Praha, SPN, 1985.
- ODVÁRKO, O., CALDA, E., KOLOUCHOVÁ, J., ŘEPOVÁ, J. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 6. část*. Praha, SPN, 1987.
- ODVÁRKO, O. *Posloupnosti a řady*. Praha, Prométheus, 1999. ISBN 80-85849-91-7

- ODVÁRKO, O. *Funkce*. Praha, Prométheus, 1996. ISBN 80-85849-09-7
- ODVÁRKO, O. *Goniometrie*. Praha, Prométheus, 1996. ISBN 80-7196-203-1
- PETRÁNEK, O., CALDA, E., HEBÁK, P. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, 4. část*. Praha, SPN, 1986.
- POMYKALOVÁ E. *Planimetrie*. Praha, Prométheus, 1993.
ISBN 978-80-7196-174-1
- POMYKALOVÁ, P. *Stereometrie* Praha, Prométheus, 1995.
ISBN 978-80-7196-178-9
- PRINCE, J., FELDER, R., M. Inductive Teaching and Learning Methods: Definition, Comparisons and Research Bases. *Journal of Engineering Education*, 95(2), pp 123–138.
- PRŮCHA, J. *Učebnice: Teorie a analýzy edukačního média*. Brno, PAIDO, 1998.

Kontaktní adresa

Jiří Břehovský, jiri.breh@seznam.cz
Tichá 171, 41703, Dubí 3
zaměstnavatel:
Univerzita J. E. Purkyně, FVTM
Na Okraji 1001/7, 40001, Ústí nad Labem